
PŘEHLED TEORIE A VÝPOČTOVÝCH VZTAHŮ

[Základní stavové veličiny látky](#)

[Vztahy mezi stavovými veličinami ideálních plynů](#)

[Stavová rovnice ideálního plynu \$f\(p, v, T\)=0\$](#)

[Měrné tepelné kapacity, \$c = f\(p, T\)\$](#)

[Směsi ideálních plynů](#)

[I. zákon termodynamiky](#)

[Termodynamické děje vratné ideálních plynů](#)

[II. Zákon termodynamiky](#)

[Tepelné oběhy plynové](#)

[Reálné plyny a páry](#)

[Vlhký vzduch](#)

[Proudění plynů a par](#)

[Přenos tepla](#)

ZÁKLADNÍ STAVOVÉ VELIČINY LÁTKY

Tlak p :

$$p = \frac{dF}{dS} \quad , \text{ resp. } \quad p = \frac{F}{S} \quad [\text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2} ; \text{kPa}; \text{MPa}; \text{hPa}]$$

kde F je síla
 S je plocha

$p = p_b + \Delta p$, kde Δp je měřená tlaková diference

p_b barometrický tlak

Jednotky tlaku:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ torr} = 133,322 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ mm Hg} = 133,322 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ kp.cm}^{-2} = 98066,5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ at} = 98066,5 \text{ Pa} \text{ (technická atmosféra)}$$

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} \text{ (fyzikální atmosféra)}$$

Měrný objem v :

$$v = \frac{dV}{dm} = v(T, p) ; \quad \text{ resp. } \quad v = \frac{V}{m} \quad [\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}]$$

kde V je objem [m^3]
 m hmotnost [kg]

Hustota ρ :

$$\rho = \frac{1}{v} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$$

Termodynamická teplota t, T :

$$T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273,15 \quad t(^{\circ}\text{C}) = 5/9 \cdot [t(^{\circ}\text{F}) - 32]$$

Normální fyzikální podmínky:

$$p = 0,101325 \text{ MPa}$$

$$T = 273,15 \text{ K}$$

$$V_m = 22,4136 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$$

VZTAHY MEZI STAVOVÝMI VELIČINAMI IDEÁLNÍCH PLYNŮ

Boyleův - Mariotteův zákon:

$$T = \text{konst.}, \quad p \cdot v = \text{konst.}, \quad p \cdot V = \text{konst.}, \quad p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

Gay-Lussacův zákon:

$$p = \text{konst.}, \quad \frac{v}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{V}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Charlesův zákon:

$$v = \text{konst.}, \quad \frac{p}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Avogadrův zákon

Ve stejném objemu různých plynů při stejném tlaku a teplotě je stejný počet molekul. Pro dva plyny označené indexem I a II platí:

$$M_I \cdot v_I = M_{II} \cdot v_{II} = M \cdot v = V_m = 22,4 \text{ [m}^3 \cdot \text{kmol}^{-1}\text{]},$$

kde M je molekulová hmotnost
 V_m je molový objem

Objemová roztažnost γ [K⁻¹]

$$[V = V_0 \cdot [1 + \gamma \cdot (T - T_0)]]; \quad \text{pro ideální plyn} \quad \gamma = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{273,15}$$

Tlaková rozpínavost β [K⁻¹]

$$[p = p_0 \cdot [1 + \beta \cdot (T - T_0)]]; \quad \text{pro ideální plyn} \quad \beta = \gamma = \frac{1}{T_0}$$

Objemová stlačitelnost δ [K⁻¹]

$$[V = V_0 \cdot [1 - \delta \cdot (p - p_0)]]$$

STAVOVÁ ROVNICE IDEÁLNÍHO PLYNU $f(p, v, T)=0$

Pro 1 kg

$$p \cdot v = r \cdot T$$

r – plynová konstanta [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

Pro 1 kmol

$$p \cdot V_m = R_m \cdot T$$

R_m – univerzální plynová konstanta $8314,3 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Pro m kg

$$p \cdot V = m \cdot r \cdot T$$

Pro n kmol

$$p \cdot V = n \cdot R_m \cdot T,$$

$$r = \frac{R_m}{M}$$

Plyn	M [kg/kmol]	r [J/(kg.K)]
H ₂	2	4157,15
He	2	4157,15
C	12	
N ₂	28	296,9
O ₂	32	259,8
CO	28	296,9
CO ₂	44	189,0
CH ₄	16	519,6

MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY, $c = f(p, T)$

Měrná tepelná kapacita $c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}$ [J.kg⁻¹.K⁻¹]

Střední měrná tepelná kapacita v teplotním intervalu od t_1 do t_2 $[c]_{t_1}^{t_2} = \frac{Q_{12}}{m \cdot (T_2 - T_1)}$

kde Q_{12} je množství tepla přivedené m kg plynu v rozmezí teplot t_1 , t_2

Molová tepelná kapacita $C_m = \frac{1}{n} \cdot \frac{dQ}{dT}$ [J.kmol⁻¹.K⁻¹]

Měrné tepelné kapacity ideálních plynů,

c_p - měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku,

c_v - měrná tepelná kapacita při konstantním objemu,

$$c_p > c_v$$

Mayerův vztah

$$c_p - c_v = r,$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa$$

$$\kappa = 1,3 \quad 3 \text{ atomové}$$

$$\kappa = 1,41 \quad 2 \text{ atomové}$$

$$\kappa = 1,67 \quad 1 \text{ atomové}$$

$$c_p = \kappa \cdot c_v = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot r = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{R_m}{M}$$

$$c_v = \frac{c_p}{\kappa} = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot \frac{R_m}{M}$$

$$R_m = 8314 \text{ J.kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

SMĚSI IDEÁLNÍCH PLYNŮ

Poznámka: označení bez indexů platí pro směs, indexy $i = 1$ až n pro složky směsi. Index 0 označuje počáteční stav před směřováním.

- Každý plyn se chová ve směsi tak, jako kdyby byl v celém prostoru sám
- Plyny na sebe chemicky nepůsobí

Hmotnost směsi

$$m = \sum_{i=1}^n m_i$$

Zadání složení směsi

Hmotnostní zlomek:

$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = x_i \cdot \frac{M_i}{M}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1,0$$

Molový zlomek:

$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^n n_i}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1,0$$

Objemový zlomek:

$$x_{vi} = \frac{V_i}{V} = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{vi} = 1,0$$

$$\frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n} \qquad \frac{V_i}{V} = \frac{p_i}{p} = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}$$

Daltonův zákon

Tlak směsi se rovná součtu parciálních tlaků jednotlivých plynů.

$$\text{Pro } V_i = V \Rightarrow p = \sum_{i=1}^n p_i(T, V), \qquad p_i = \frac{m_i r_i T}{V}$$

Amagatův zákon

Objem směsi se rovná součtu parciálních objemů složek.

$$\text{Pro } p_i = p; \quad T_i = T \Rightarrow V = \sum_{i=1}^n V_i(T, p); \quad V_i = \frac{m_i r_i T}{p}$$

Měrná plynová konstanta, měrné tepelné kapacity a adiabatický exponent směsi

$$r = \sum_{i=1}^n w_i \cdot r_i; \quad c_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot c_{p_i}; \quad c_v = \sum_{i=1}^n w_i \cdot c_{v_i}; \quad \kappa = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot c_{p_i}}{\sum_{i=1}^n w_i \cdot c_{v_i}}$$

Měrná vnitřní energie u, entalpie i a entropie s směsi

$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot u_i; \quad i = \sum_{i=1}^n w_i \cdot i_i; \quad s = \sum_{i=1}^n w_i \cdot s_i$$

Střední zdánlivá molová hmotnost

$$M = \sum_1^n M_i \frac{n_i}{n} = \sum_1^n M_i x_i = \frac{1}{\sum_1^n \frac{w_i}{M_i}} \quad [\text{kg} \cdot \text{kmol}^{-1}]$$

Směšovací procesy

a) **jednorázové adiabatické směšování** i složek při $V = \text{konst}$

$$m = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = \text{konst} \Rightarrow$$

pro ideální plyn

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot c_{v_i} \cdot T_i}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot c_{v_i}}$$

b) **kontinuální adiabatické směšování** proudů při $p = \text{konst}$

$$\dot{m} = \sum_{i=1}^n \dot{m}_i; \quad \dot{I} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_{i0} = \text{konst.} \Rightarrow$$

pro ideální plyn

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{m}_i c_{p_i} T_i}{\sum_{i=1}^n \dot{m}_i c_{p_i}}$$

Stavové rovnice

$$p \cdot V_i = m_i \cdot r_i \cdot T; \quad p_i \cdot V = m_i \cdot r_i \cdot T; \quad p \cdot V = m \cdot r \cdot T$$

Přepočty zlomků

$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{M_i n_i}{M n} = \frac{M_i}{M} x_i = \frac{M_i x_i}{\sum_1^n M_i x_i}$$

$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{\frac{m_i}{M_i}}{\frac{m}{M}} = \frac{w_i}{M_i} M = \frac{\frac{w_i}{M_i}}{\sum_1^n \frac{w_i}{M_i}}$$

I. ZÁKON TERMODYNAMIKY

Uzavřená termodynamická soustava (ideální plyn)

1. forma

$$dq = du + da = c_v \cdot dT + p \cdot dv \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}], \quad \text{resp. } dQ = dU + dA = m \cdot c_v \cdot dT + p \cdot dV \quad [\text{J}]$$

kde q – měrné teplo
 u – měrná vnitřní energie
 a – měrná objemová práce

2. forma

$$dq = di + da_t = c_p \cdot dT - v \cdot dp \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}], \quad \text{resp. } dQ = dI + dA_t = m \cdot c_p \cdot dT - V \cdot dp \quad [\text{J}]$$

kde q – měrné teplo
 i – měrná entalpie
 a_t – měrná technická práce

Otevřená termodynamická soustava (stacionární děj, ideální plyn, zemské tíhové pole)

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (i_1 - i_2) + \dot{m} \cdot \left(\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) + \dot{m} \cdot g \cdot (h_1 - h_2) + \dot{A}_t \quad [\text{W}]$$

kde index 1 a 2 označuje veličiny na vstupu a výstupu ze soustavy

\dot{Q} – je tepelný tok
 \dot{m} – hmotnostní tok plynu do soustavy a ze soustavy
 w – rychlost plynu
 g – tíhové zrychlení
 h – převýšení plynu vzhledem k základní rovině
 \dot{A}_t – výkon

V diferenciálním tvaru pro jednotkový hmotnostní tok

$$dq = di + \frac{dw^2}{2} + g \cdot dh + da_t$$

TERMODYAMICKÉ DĚJE VRATNÉ IDEÁLNÍCH PLYNŮ

Izochorický děj [$v = \text{konst}$, $dv = 0$]

Charlesův zákon

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$dq = du + p \cdot dv, \quad \text{kde } dv = 0 \text{ a } du = c_v \cdot dT$$

$$q_{12} = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1), \quad da = 0, \quad a_{t12} = v \cdot (p_2 - p_1) \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

Izobarický proces děj, [$p = \text{konst}$, $dp = 0$]

Gay-Lussacův zákon

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$dq = di - v \cdot dp, \quad \text{kde } dp = 0, \text{ a } di = c_p \cdot dT$$

$$q_{12} = i_2 - i_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1), \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

$$da_t = 0; \quad a = p \cdot \int_1^2 dv = p \cdot (v_2 - v_1) = r \cdot (T_2 - T_1) \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

Izotermický děj, [$T = \text{konst}$, $dT = 0$]

Boyleův - Mariotteův zákon

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2$$

$$dq = c_v \cdot dT + p \cdot dv = c_p \cdot dT - v \cdot dp, \quad \text{kde } du = c_v \cdot dT = 0, \quad di = c_p \cdot dT = 0$$

$$q_{12} = a_{12} = a_{t12} = \int_1^2 p \cdot dv = r \cdot T \cdot \int_1^2 \frac{dv}{v} = r \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = r \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

Adiabatický děj, [$q_{12}=0$]

$$p \cdot v^\kappa = \text{konst} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$dq = du + da = di + da_t \quad \text{kde } dq = 0$$

$$a_{12} = -(u_2 - u_1) = c_v \cdot (T_1 - T_2) \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

$$a_{12} = \frac{r}{\kappa - 1} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2) = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot r \cdot T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

$$a_{t12} = i_1 - i_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2) = \kappa \cdot c_v \cdot (T_1 - T_2) = \kappa \cdot a_{12} \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

Polytropický děj [n = konst, c_n = konst.]

$$p \cdot v^n = \text{konst}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Exponent polytropy n může mít obecně hodnotu od $-\infty$ do $+\infty$, protože všechny děje lze považovat za polytropické. Pro technickou polytropu je $1 < n < \kappa$.

$$dq = c_n \cdot dT \qquad c_n = c_v \cdot \frac{n - \kappa}{n - 1}, \qquad n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_v}$$

kde c_n je měrná tepelná kapacita polytropy

$$q_{12} = c_n \cdot (T_2 - T_1)$$

$$a_{12} = \frac{r}{n - 1} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{r \cdot T_1}{n - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{p_1 \cdot v_1}{n - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

$$a_{12} = \frac{1}{n - 1} \cdot (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2) \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$$

$$a_{t12} = n \cdot a_{12} \qquad n = \frac{a_{t12}}{a_{12}} \quad ; \quad n = \frac{\ln p_1 / p_2}{\ln v_2 / v_1}$$

II. ZÁKON TERMODYNAMIKY

Je úzce spjat s vlastnostmi vratných a nevratných dějů.

Slovní formulace např.:

- Teplo nemůže samovolně přecházet z tělesa o teplotě nižší na těleso o teplotě vyšší (Clausius).
- Není možné sestavit periodicky pracující stroj, který by nezpůsobil nic jiného, než že by odebíral teplo ze zásobníku a konal tomuto teplu ekvivalentní práci (Kelvin-Planck)
- Není možné realizovat perpetuum mobile druhého řádu.

Matematické formulace II. zákona termodynamiky

a) Tepelné cykly

$$\oint \frac{dq}{T} \leq 0 \quad (\text{Clausiusův integrál})$$

znaménko = platí pro vratný cyklus

znaménko < pro cyklus nevratný

b) Termodynamické děje

$$ds \geq \frac{dq}{T}$$

kde s je měrná entropie [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

q měrné teplo, které vyměňuje soustava s okolím

znaménko = platí pro vratný děj

znaménko > pro nevratný děj

c) Termodynamické děje v tepelně izolované soustavě

$$ds \geq 0 \quad (\text{princip vzrůstu entropie})$$

znaménko = platí pro vratný adiabatický děj

znaménko > pro nevratný adiabatický děj

Pro vratné termodynamické děje

$$dq = T \cdot ds \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}], \quad \text{resp. } dQ = T \cdot dS \quad [\text{J}],$$

kde ds je úplný diferenciál entropie pro nějž lze odvodit (pro ideální plyn)

$$ds = c_v \cdot \frac{dT}{T} + r \cdot \frac{dv}{v}; \quad ds = c_p \cdot \frac{dT}{T} - r \cdot \frac{dp}{p}; \quad ds = c_p \cdot \frac{dv}{v} + c_v \cdot \frac{dp}{p}$$

TEPELNÉ OBĚHY PLYNOVÉ

Termická účinnost oběhu

$$\eta_t = \frac{a_o}{q_H} = 1 - \frac{|q_C|}{q_H} < 1,$$

$$a_o = q_H - |q_C|$$

kde a_o je práce oběhu
 q_H je teplo přenášené při vyšší teplotě T_H
 q_C je teplo přenášené při nižší teplotě T_C

Carnotův oběh (přímý)

$$\eta_{tc} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

Carnotův oběh (obrácený)

tepelné čerpadlo - topný faktor

$$\varepsilon_{top} = \frac{1}{\eta_t} = \frac{q_H}{|a_o|} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

chladicí zařízení - chladicí faktor

$$\varepsilon_{chl} = \frac{q_C}{|a_o|} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

Oběhy spalovacích motorů

Charakteristické veličiny

Kompresní poměr ε , tj. poměr objemů pracovní látky před kompresí a po kompresi.

Tlakový poměr π , tj. poměr tlaků po kompresi a před kompresí.

Stupeň plnění φ , tj. poměr objemů po přívodu tepla a před přívodem tepla

Termická účinnost
$$\eta_t = \frac{a_o}{q_H},$$

Zážehový motor :

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

Vznětový motor:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\varphi^{\kappa} - 1}{\kappa \cdot (\varphi - 1)}$$

Plynová turbína :

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \left(1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right)$$

REÁLNÉ PLYNY A PÁRY

Modely plynů

Plyn ideální:

$$c_p = \text{konst}, c_v = \text{konst}, \quad p \cdot v = r \cdot T \quad \text{resp.} \quad p \cdot V_m = R_m \cdot T,$$

$$R_m = M \cdot r = 8,31441 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad du = c_v \cdot dT, \quad di = c_p \cdot dT.$$

Plyn nedokonalý :

$$1) \text{ Měrné tepelné kapacity : } c_p = c_p(t), \quad c_v = c_v(t).$$

$$\text{Molové tepelné kapacity: } C_{mp} = C_{mp}(t) = M \cdot c_p(t), \quad C_{mv} = C_{mv}(t) = M \cdot c_v(t);$$

$$\text{pro dvouatomové plyny obvykle vyhovuje: } C_{mp} = 27,6 + 0,00444 \cdot t \quad [\text{kJ} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

Střední hodnoty měrných a molových tepelných kapacit :

$$[c_p]_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} c_p \cdot dt$$

$$[C_{mp}]_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} C_{mp} \cdot dt$$

$$[c_v]_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} c_v \cdot dt$$

$$[C_{mv}]_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} C_{mv} \cdot dt$$

2) Stavové rovnice

$$p \cdot v = r \cdot T, \quad p \cdot V_m = R_m \cdot T, \quad p \cdot V = m \cdot r \cdot T, \quad R_m = 8,31441 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

3) Změna měrné vnitřní energie a entalpie

$$u_2 - u_1 = \frac{1}{M} \cdot [C_{mv}]_{t_1}^{t_2} \cdot (t_2 - t_1) = [c_v]_{t_1}^{t_2} \cdot (t_2 - t_1)$$

$$i_2 - i_1 = \frac{1}{M} \cdot [C_{mp}]_{t_1}^{t_2} \cdot (t_2 - t_1) = [c_p]_{t_1}^{t_2} \cdot (t_2 - t_1)$$

Reálný plyn:

$$1) \text{ Měrné tepelné kapacity: } c_p = c_p(p, t), \quad c_v = c_v(p, t).$$

2) Stavové rovnice (poloempirické, empirické) :

$$\text{a) viriální tvar: } \frac{p \cdot V_m}{R_m \cdot T} = 1 + \frac{B_1}{V_m} + \frac{B_2}{V_m^2} + \dots \quad ; R_m = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1},$$

B_1, B_2, \dots poloempirické "viriální" koeficienty

b) Van der Waalsova:

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) \cdot (v - b) = r \cdot T$$

..., a, b jsou konstanty závislé na druhu plynu. Můžeme je určit např. z p_{kr}, v_{kr}, T_{kr}

3) Změna měrné vnitřní energie a entalpie

$$du = c_v \cdot dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \cdot dv \quad di = c_p \cdot dT + \left(\frac{\partial i}{\partial p} \right)_T \cdot dp$$

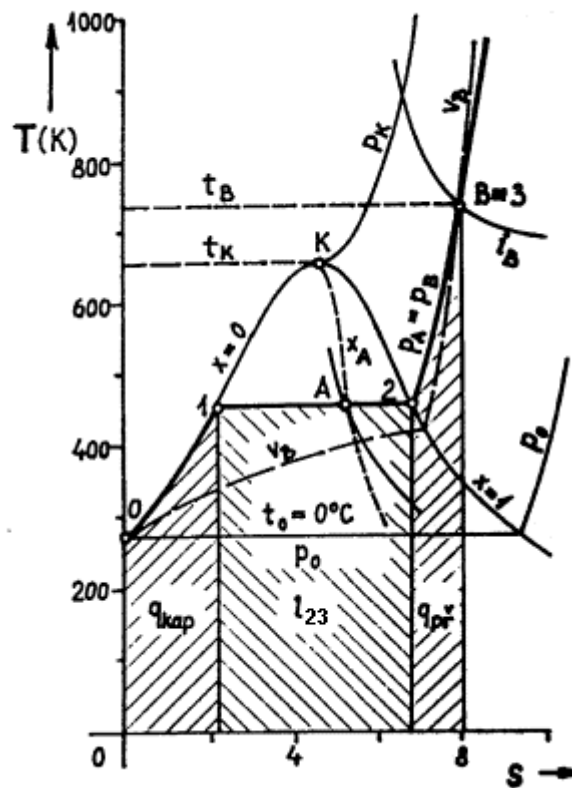
V praxi se měrná entalpii určuje z parních tabulek a diagramů, $i - s$ a $T - s$, viz. příložené tabulky, diagramy a software Para.

4) Závislost mezi měrnou entalpií a vnitřní energií

$$i = u + p \cdot v$$

Pára :

Pára je reálný plyn ve stavu blízkém zkapalnění. Předmětem zájmu je i přechod z kapalného do plynného skupenství a naopak, viz obr. 1 a tabulka T1



Obr. 1 T-s diagram pro vodu

V obr. 1 značí:

q_{kap} měrné teplo kapalinné, l_{23} měrné teplo výparné

$$l_{23} = \rho + \psi = u'' - u' + p \cdot (v'' - v'),$$

kde

$\rho = u'' - u'$ měrné vnitřní výparné teplo, $\psi = p \cdot (v'' - v')$ měrné vnější výparné teplo,

horní index jedna čárka označuje veličiny syté kapaliny, index dvě čárky označuje veličiny syté páry

$q_{\text{př}}$ měrné teplo přehřívací,

x suchost mokré páry $x = \frac{m''}{m''+m'}$
 m'' , m' hmotnost syté páry resp. syté kapaliny.

Kapalina při teplotě varu (syta kapalina)...stav zobrazen na čáře $x = 0$, **určen p nebo $t=t_{23}$** . Ostatní stavové veličiny jsou pro vodu v tabulce vodní páry, viz příloha.

Mokrá páraoblast ohraničená čarami $x = x' = 0$, $x = x'' = 1$ a tlakem trojného bodu (pro vodu $p_{tr} = 0,000612$ MPa , $t_{tr} = 0,01$ °C); **stav určen p nebo t a suchostí x** .

Kritický bod H_2O : $p_k = 22,13$ MPa, $t_k = 374,15$ °C.

Clausiova - Clapeyronova rovnice : $l_{23} = \frac{dp}{dT} T_{23} (v'' - v')$

Přehled vzorců pro řešení úloh s použitím parních tabulek a diagramů je uveden v tabulce T1

Tabulka T 1 (0, 1, A, 2, 3 označuje stavy z obr. 1)

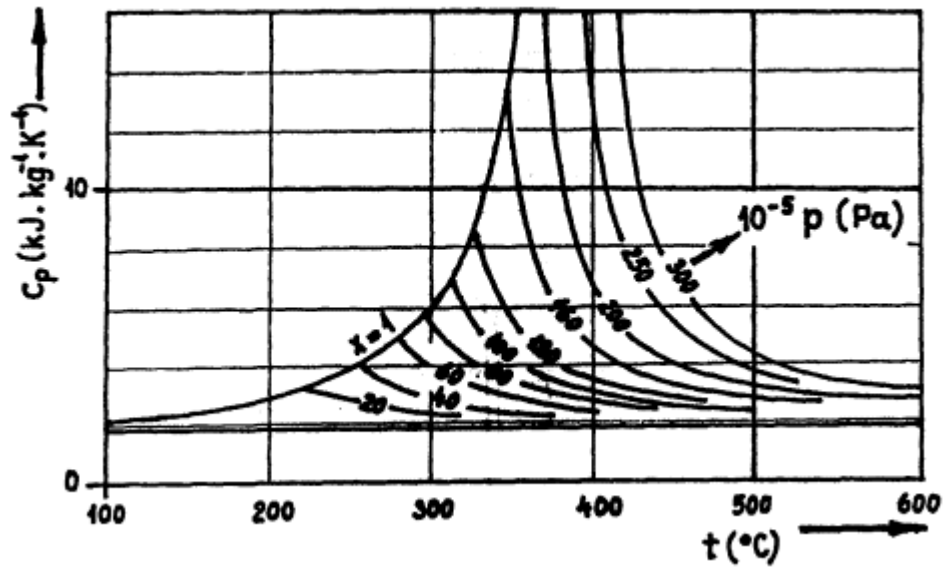
	0	1	x	2	3
p	p = konst				
T	$T_0 = 273,15$ K	$T_1 = T_{23}$	$T_A = T_{23}$	$T_2 = T_{23}$	T_3
v	v_0	v'	$v_x = v' + x \cdot (v'' - v')$	v''	v_3
i	$i_0 = p \cdot v_0$	$i' = q_k$	$i_x = i' + x \cdot l_{23}$	$i'' = i' + l_{23}$	$i_3 = i'' + q_{př}$
u	$u_0 = 0$ (dohoda)	$u' = i' - p \cdot v'$	$u_x = u' + x \cdot \rho$	$u'' = u' + \rho$	$u_3 = i_3 - p \cdot v_3$
s	$s_0 = 0$ (dohoda)	s'	$s_x = s' + x \cdot \frac{l_{23}}{T_{23}}$	$s'' = s' + \frac{l_{23}}{T_{23}}$	s_3
q	0	$q_k = \int_{273,15}^{T_{23}} c \cdot dT$	$q = q_k + x \cdot l_{23}$	$q = q_k + l_{23}$	$q = q_k + l_{23} + q_{př}$ $q_{př} = i_3 - i''$

Sytá párastav je zobrazen na čáře $x = x'' = 1$. Je **určen jednou stavovou veličinou**, např. p nebo t . Údaje o ostatních veličinách najdeme v tabulce vodní páry v příloze.

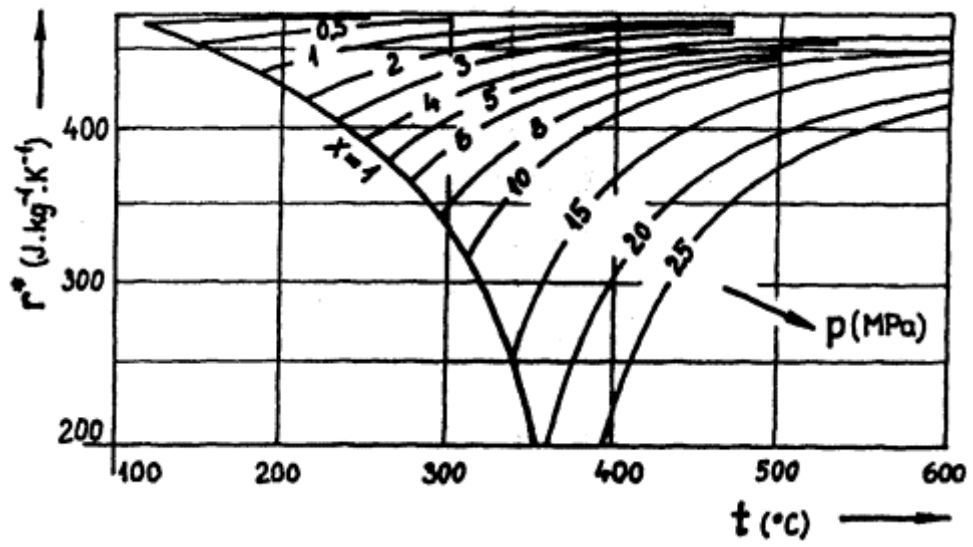
Přehřátá pára - plynoblast vpravo od izobary $p = p_k = \text{konst}$ a křivky $x = x'' = 1$. **Stav je určen dvěma stavovými veličinami**, např. p a t . Měrná tepelná kapacita $c_p = c_p(p, t)$, pro vodní páru viz obr. 2. Stavové rovnice jsou nejčastěji empirické, např. dříve používaná jednoduchá stavová rovnice dle prof. Stodoly $p \cdot v = r^* \cdot T$, $r^* = r^*(p, t)$; pro vodní páru viz obr. 3.

Tabulka přehřáté vodní páry a i - s diagram vodní páry jsou v příloze.

Poznámka: Při řešení stavových změn, zejména při přechodu z kapalně fáze do plynné a naopak, lze využít **pouze prvního a druhého zákona termodynamiky a definiční rovnice entalpie ($i = u + pv$)**. Kvantitativní vyhodnocení se provádí pomocí citovaných tabulek a diagramů.



Obr. 2



Obr. 3

VLHKÝ VZDUCH

Vlhký vzduch je směs m_v [kg] suchého vzduchu a m_p [kg] přehřáté až syté vodní páry, případně m_k [kg] vody ve formě kapalné mlhy a m_t [kg] vody ve formě ledové mlhy.

Suchý vzduch i vodní páru pokládáme za ideální plyny s parametry:

$$c_{pv} = 1,01 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}; r_v = 0,287 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1};$$

$$c_{pp} = 1,84 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}; r_p = 0,462 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

Hmotnost vlhkého vzduchu: $m = m_v + m_p + m_k + m_t$

Tlak vlhkého vzduchu: je roven součtu parciálních tlaků suchého vzduchu a vodní páry

$$p = p_v + p_p \text{ [Pa]}; (p_{p\max})_t = p'' = p''(t).$$

Absolutní vlhkost:

$$\Phi = \frac{m_p + m_k + m_t}{V} \quad [\text{kg.m}^{-3}]$$

kde V je objem vlhkého vzduchu.

Každý plyn ve směsi zaujímá též objem jako směs

$$V = V_v = V_p$$

Pro nenasycený a nasycený vlhký vzduch, který obsahuje vodu ve formě páry platí

$$\Phi = \frac{m_p}{V} = \frac{m_p}{V_p} = \rho_p$$

kde ρ_p je hustota vodní páry

Relativní vlhkost:

$$\varphi = \left(\frac{\rho_p}{\rho_p''} \right)_t = \left(\frac{p_p}{p_p''} \right)_t \quad \varphi_{\max} = 1$$

Měrná vlhkost: pro vzduch vlhkostí nenasycený a nasycený ($\varphi=1$)

$$x = \frac{m_p}{m_v} = \frac{r_v \cdot p_p}{r_p \cdot p_v} = 0,622 \cdot \frac{p_p}{p - p_p} = 0,622 \cdot \frac{\varphi p_p''}{p - \varphi p_p''} \quad [\text{kg/kg s.v.}]$$

$$x_{\varphi=1} = x'' = 0,622 \cdot \frac{p_p''}{p - p_p''} = x''(t) \quad [\text{kg/kg s.v.}]$$

Rosný bod t_R je teplota, které se dosáhne izobarickým ochlazením vzduchu o stavu p, t na mez sytosti vodní páry.

$$p_p = p_R; \Phi_R = 1; x = x_R;$$

$$\text{Hmotnostní zlomky: } w_v = \frac{1}{1+x}; \quad w_p = \frac{x}{1+x}.$$

Měrná plynová konstanta vlhkého vzduchu:

$$r = w_v \cdot r_v + w_p \cdot r_p = \frac{r_v + x \cdot r_p}{1+x}.$$

Entalpie vlhkého vzduchu: vztažená na 1 kg suchého vzduchu

a) Nenasyceného vzduchu

$$i = i_v + x \cdot i_p = c_{pv} \cdot t + x \cdot (c_{pp} \cdot t + l_{23}) \quad [\text{kJ/kg s.v.}]$$

b) Nasyceného vzduchu

$$i = i_v + x'' \cdot i_p'' = c_{pv} \cdot t + x'' \cdot (c_{pp} \cdot t + l_{23}) \quad [\text{kJ/kg s.v.}]$$

c) Vzduchu mlhového o $t > 0 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$i = i_v + x'' \cdot i_p'' + x_k \cdot i_k = c_{pv} \cdot t + x'' \cdot (c_{pp} \cdot t + l_{23}) + x_k \cdot c_k \cdot t \quad [\text{kJ/kg s.v.}]$$

d) Vzduchu mlhového o $t < 0 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$i = i_v + x'' \cdot i_p'' + x_t \cdot i_t = c_{pv} \cdot t + x'' \cdot (c_{pp} \cdot t + l_{23}) + x_t \cdot (c_k \cdot t + l_{12}) \quad [\text{kJ/kg s.v.}]$$

e) Vzduchu mlhového o $t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$i = i_v + x'' \cdot i_p'' + x_k \cdot i_k + x_t \cdot i_t = x'' \cdot l_{23} + x_t \cdot l_{12} \quad [\text{kJ/kg s.v.}]$$

kde x_k je měrná vlhkost vodní mlhy
 x_t měrná vlhkost ledové mlhy.

měrné výparné teplo vody $l_{23} = 2500 \text{ kJ.kg}^{-1}$,

měrná tepelná kapacita kapalné vodní mlhy $c_k = 4,187 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,

měrná tepelná kapacita kapalné ledové mlhy $c_k = 2,09 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,

měrné teplo tuhnutí vody $l_{12} = -335 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Podklady pro řešení příkladů: Tabulka nasyceného vzduchu, [Molliéřův i - x diagram vlhkého vzduchu](#), viz příloha.

PROUDĚNÍ PLYNŮ A PAR

Základní pojmy

Jednorozměrové stacionární adiabatické proudění plynů a par v proudové trubici bez konání technické práce a při zanedbání vlivu vnějšího silového pole je popsáno:

a) rovnici kontinuity

$$\dot{m} = \rho \cdot S \cdot w = \text{konst}$$

kde S je průřez trubice

b) pohybovou rovnicí

$$-v \cdot dp = d\left(\frac{w^2}{2}\right)$$

c) zákonem zachování energie

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) + di = 0$$

Pro izoentropický výtok z nádoby, kde stav plynu před výtokem považujeme za klidový ($p_0, v_0, T_0, w_0 = 0$), při poklesu tlaku na p platí

$$w = \sqrt{2(i_0 - i)}$$

kde i_0 je měrná entalpie pro klidové parametry

i je měrná entalpie po izoentropické expanzi na tlak p

Pro ideální ply můžeme také odvodit

$$w = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]} \quad (\text{St. Vénansova-Waltrova rovnice})$$

Maximální hodnota výtokové rychlosti (výtok do vakua) je pak

$$w_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} p_0 v_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} r \cdot T_0}$$

Izoentropická rychlost zvuku v plynech

$$a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \cdot r \cdot T}$$

Kritický stav v proudícím plynu je definován v místě, kde $w = a = w^*$,

Kritická rychlost pro ideální plyn

$$w^* = \sqrt{\kappa p^* v^*} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa + 1} p_0 v_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa + 1} r \cdot T_0}$$

Tato rychlost je dosažena při kritickém tlaku p^* , který určíme z kritického tlakového poměru

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} ;$$

Pro další kritické parametry T^* a ρ^* platí

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\kappa + 1} ; \frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa + 1}}$$

Pak :

Pro jedno-, dvoj- a tříatomové plyny ($\kappa = 1,66; 1,4$ a $1,3$) je:

$$p^*/p_0 = 0,4902; 0,5283; 0,5457$$

Machovo číslo:


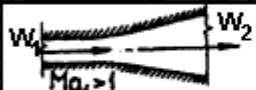
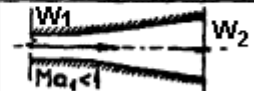
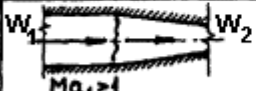
$$Ma = \frac{w}{a} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}$$

Průtok trubicemi nekonzstantního průřezu S (trysky a difuzory) je popsán větou

Hugoniotovou:

$$\frac{dS}{S} = \frac{dw}{w} \cdot (Ma^2 - 1)$$

Konstrukční důsledky jsou patrné z tabulky:

Průtok	Podzvukový	Nadzvukový
Tryska... $\frac{dw}{w} > 0$		
Difuzor .. $\frac{dw}{w} < 0$		

Poznámka:

Řešení je odlišné pro případ nerozšiřující se trysky a trysky konvergentně - divergentní (Lavalovy). V prvním případě může tekutina vytékat nanejvýš rychlostí kritickou, pak dochází k zahlcení. Je-li tlakový poměr nižší než kritický, nelze tedy použít rovnice St. Vénantovy - Wantzelovy. Tu použijeme jen pro případ nadkritického tlakového poměru, nebo je-li použito trysky Lavalovy.

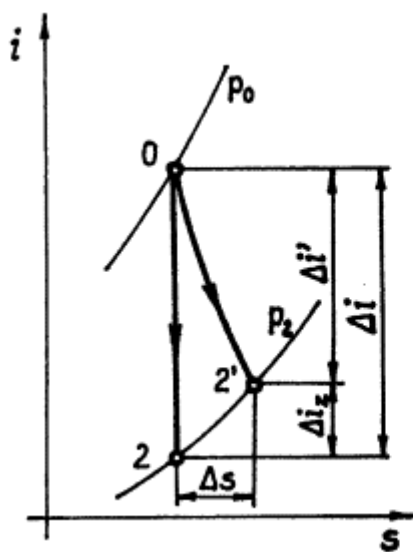
Průtok tryskami a difuzory se ztrátami: je naznačen na obr. 1 pro trysku a na obr. 2 pro difuzor. Ztráty vyjadřujeme pomocí termodynamické účinnosti η_{td} , rychlostního součinitele φ nebo ztrátového součinitele ζ .

a) Tryska :

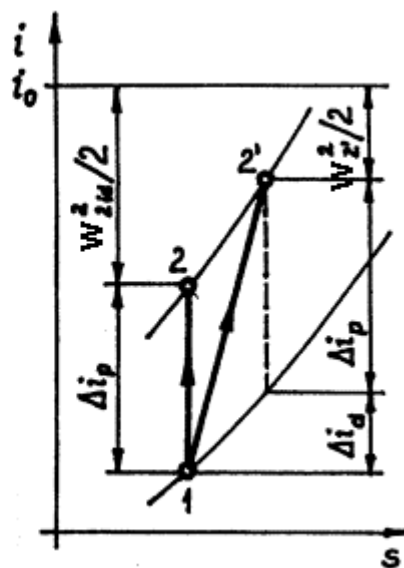
$$\eta_{tdtr} = \frac{\Delta i'}{\Delta i} = \varphi^2 = 1 - \zeta_{tr} ; \quad \zeta_{tr} = \frac{\Delta i_x}{\Delta i} = 1 - \frac{\Delta i'}{\Delta i}$$

b) Difuzor:

$$\eta_{\text{tdif}} = \frac{\Delta i_p' + \frac{w_2^2}{2}}{\Delta i_p + \frac{w_2^2}{2}} = 1 - \zeta_{\text{dif}}$$



Obr. 1



Obr. 2

PŘENOS TEPLA

Přenos tepla vedením (kondukce)

Hustota tepelného toku je podle Fourierova zákona

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad } T \quad [\text{W}\cdot\text{m}^{-2}],$$

a tepelný tok
$$\dot{Q} = \int_{(S)} \vec{q} \cdot d\vec{S} \quad [\text{W}],$$

kde λ je tepelná vodivost [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] a $\text{grad } T$ je největší změna teploty co do směru vztažená na jednotku délky. Teplotní pole je obecně popsáno diferenciální rovnicí:

$$\frac{dT}{dt} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{Q}^x}{c_p \cdot \rho}$$

kde $a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$ je teplotní vodivost tekutiny a \dot{Q}^x [$\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$] je teplo vznikající v jednotce objemu za jednotku času.

STACIONÁRNÍ VELENÍ TEPLA:

a) Rovinnou stěnou o ploše S [m^2]:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} = \lambda \cdot S \cdot \frac{(t_{st1} - t_{st2})}{\delta} \quad [\text{W}],$$

kde t_{st1} , t_{st2} jsou teploty povrchu stěn ve ($^{\circ}\text{C}$) a δ je tloušťka stěny. Ve složené rovinné stěně z n vrstev bude tepelný tok dán vztahem

$$\dot{Q} = \frac{(t_{st1} - t_{st2})}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \cdot S \quad [\text{W}].$$

b) Válcovou stěnou:

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \cdot (t_{st1} - t_{st2}) \quad [\text{W}],$$

kde l je délka v metrech a d_1 , d_2 jsou vnitřní a vnější průměry v metrech. Tepelný tok složenou válcovou stěnou z n vrstev je dán vztahem

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot (t_{st1} - t_{st2})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}},$$

kde λ_i jsou součinitelé tepelné vodivosti jednotlivých vrstev.

Často používaný tepelný tok na jednotku délky válce $q_1 = \frac{\dot{Q}}{l}$ [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}$]

Přenos tepla prouděním (konvekce)

Hustota tepelného toku při konvekci se určí z Newtonova ochlazovacího zákona:

$$\dot{q} = \alpha \Delta t = \alpha (t_{st} - t_t) \quad [\text{W.m}^{-2}]$$

resp. tepelný tok:

$$\dot{Q} = \dot{q} \cdot S = \alpha \cdot S (t_{st} - t_t) \quad [\text{W}]$$

kde $\alpha [\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}]$ je součinitel přestupu tepla určovaný z kritériálních rovnic, t_{st} je teplota stěny, t_t je teplota tekutiny a S je velikost teplosměnné plochy. Kritériální rovnice nacházíme v literatuře ponejvíce ve tvaru $Nu = f(Re, Gr, Pr, \dots)$, kde

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad \text{je Nusseltovo číslo}$$

$$Re = \frac{w \cdot L}{\nu} \quad \text{je Reynoldsovo číslo}$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda} \quad \text{je Prandtlovo číslo}$$

$$Gr = \gamma \Delta t \cdot \frac{g \cdot L^3}{\nu^2} \quad \text{je Grashofovo číslo}$$

$$Pe = \frac{w \cdot L}{a} = Re \cdot Pr \quad \text{je Pecletovo číslo}$$

V těchto vztazích je L je charakteristický rozměr, ν je kinematická viskozita, η je dynamická viskozita, γ je součinitel objemové roztažnosti, Δt je teplotní diference stěny a okolní tekutiny.

Kritériální rovnice mají různý tvar pro případy konvekce beze změny skupenství, kdy rozlišujeme případy volné a nucené konvekce. Podobně i pro případy konvekce se změnou skupenství rozlišujeme kritériální rovnice pro var, resp. kondenzaci. Často používaná rovnice pro přirozenou konvekci v neomezeném prostoru má tvar

$$Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n,$$

kde konstanty C a n závisí na hodnotě součinu $Gr \cdot Pr$ podle tabulky:

Gr.Pr	C	n
$< 1 \cdot 10^{-3}$	0,45	0,0
$1 \cdot 10^{-3} \cong 5 \cdot 10^2$	1,18	0,125
$5 \cdot 10^2 \cong 2 \cdot 10^7$	0,54	0,25
$2 \cdot 10^7 \cong 1 \cdot 10^{13}$	0,195	0,333

Pro nucené proudění v trubce nacházíme kritériální rovnice nejčastěji ve tvaru

$$Nu = f(Re, Pr, L/d)$$

$$Nu = C \cdot Re^m \cdot Pr^n \cdot (L/d)^p$$

a příslušné konstanty C , m , n , p závisí na režimu proudění.

Přenos tepla ve výměnících (kombinace kondukce a konvekce-prostupu tepla)

Tepelný tok přenášený prostupem přes dělicí stěnu výměníku tepla počítáme z rovnice:

$$\dot{Q} = k \cdot S \cdot \Delta \bar{t} \quad [\text{W}], \text{ resp. } q_1 = k_1 \cdot \Delta \bar{t} \quad [\text{W.m}^{-2} - \text{rovinná resp. W.m}^{-1} \text{ válcová stěna}]$$

kde k je součinitel prostupu tepla.

Pro rovinnou, resp. složenou rovinnou stěnu z n vrstev určíme k :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}]$$

kde α_1 a α_2 jsou součinitele přestupu tepla na obou stranách desky.

Pro válcovou, resp. složenou válcovou stěnu z n vrstev, s poloměry vrstev $R_1 < R_2 < R_3 < \dots < R_{n+1}$

$$k_1 = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot R_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln \frac{R_{i+1}}{R_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot R_{n+1}}} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

Veličina $\bar{\Delta t}$ představuje střední teplotní rozdíl, který v případech, kdy se mění teplota medií podél teplosměnné plochy je nazýván středním logaritmickým teplotním spádem

$$\bar{\Delta t}_m = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}} \quad [^\circ\text{C}]$$

kde $\Delta t'$ je teplotní rozdíl medií na vstupu do výměníku a $\Delta t''$ je teplotní rozdíl mezi médii na výstupu z výměníku.

Přenos tepla zářením (radiace)

Zářivost dokonale černého tělesa E_0 určíme ze Stefan-Boltzmannova zákona

$$E_0 = \sigma \cdot T^4 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$$

Pro šedá tělesa platí
$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} \equiv a$$

Kde ε je poměrná zářivost šedého tělesa, a je jeho absorptance.

Pro výměnu tepla zářením mezi rovnoběžnými stěnami o ploše S a teplotách T_1 a T_2 platí

$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon_{1,2} \cdot \sigma \cdot S \cdot [T_1^4 - T_2^4] \quad [\text{W}], \quad \text{kde} \quad \varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Pro případ, kdy jeden povrch o velikosti S_2 obklopuje druhý povrch o velikosti S_1 platí

$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon_{1,2} \cdot \sigma \cdot S_1 \cdot [T_1^4 - T_2^4] \quad [\text{W}],$$

kde
$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$