Potenciální proudění

Metoda singularit

Spojité rozložení hustoty vířivosti

Uvažujeme, že máme vírovou stěnu, na které je spojité rozložení vířivosti

$$d\Gamma = \Omega_i . n_i . dS \quad = \Omega_{(n)} . dh . d\ell \quad = \gamma . d\ell$$

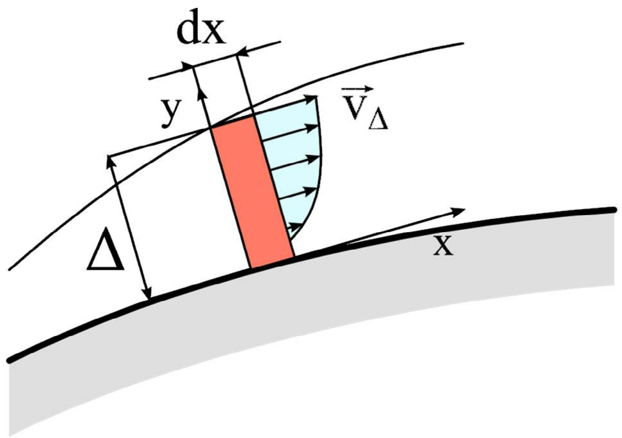
Kde:

$$\gamma = \frac{d\Gamma}{d\ell} \quad = \Omega_{(n)} . dh \qquad \left[\frac{m}{s}\right]$$

Je lineární hustota vířivosti

Náhrada mezní vrstvy

Cíl: Pokusíme se skutečnou mezní vrstvu nahradit nekonečně tenkou mezní vrstvou, která bude mít stejné účinky jako mezní vrstva. Při přechodu přes ni se bude rychlost měnit z nuly na rychlost vnějšího proudu.



Cirkulace kolem malého elementu mezní vrstvy

$$d\Gamma = \Omega . dx_1 . dx_2 = \varepsilon_{3jk} \frac{\partial v_k}{\partial dx_j} . dx_1 . dx_2$$

$$d\Gamma = \left(\frac{\partial v_2}{\partial dx_1} - \frac{\partial v_1}{\partial dx_2} \right) . dx_1 . dx_2$$

$$d\Gamma = dx_1 . \int_0^\Delta \left(\frac{\partial v_2}{\partial dx_1} - \frac{\partial v_1}{\partial dx_2} \right) . dx_2 = dx_1 . \left[\int_0^\Delta \frac{\partial v_2}{\partial dx_1} . dx_2 - \int_0^{v_\Delta} dv_1 \right] = dx_1 . \left[\int_0^\Delta \frac{\partial v_2}{\partial dx_1} . dx_2 - v_\Delta \right]$$

$$d\Gamma = \lim_{\Delta \to 0} \left(\int_0^\Delta \frac{\partial v_2}{\partial dx_1} . dx_2 - v_\Delta \right) dx_1 = -v_\Delta \, dx_1 = \gamma . dx_1$$

Náhrada obtékaného profilu

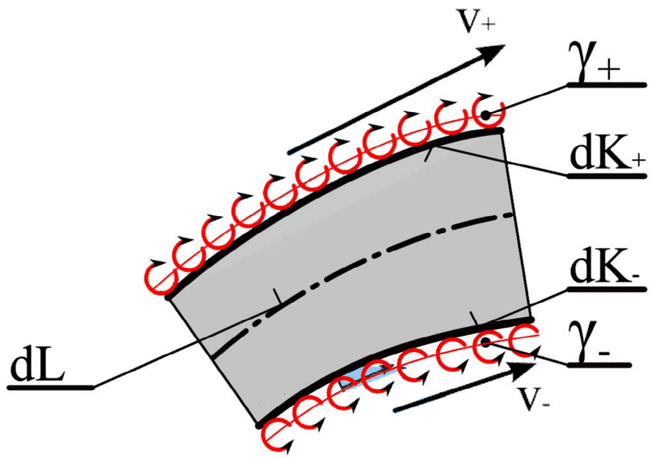
Křivku obrysu profilu označíme K.

K_+ - horní strana profilu

K_- - dolní strana profilu

L – střední čára profilu

Podle předchozího nahradíme skutečnou mezní vrstvu nekonečně tenkou mezní vrstvou s hustotou cirkulace γ_K



Pak můžeme psát

$$d\Gamma = \gamma_K . dK$$

Cirkulaci kolem celého profilu můžeme vyjádřit

$$\Gamma = \int_K \gamma_K . dK$$

Další řešení může pokračovat dvěma směry

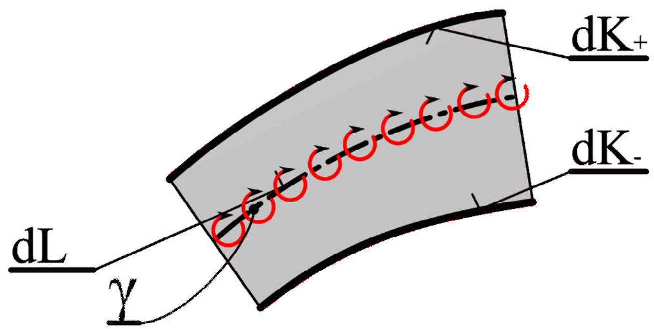
Metoda singularit pro tenké profily – jde ve zjednodušování dál a vířivost se koncentruje na střední čáru

Metoda hraničních vířivých elementů – zůstává u náhrady mezní vrstvy

Metoda singularit – tenký profil

Co je to tenký profil?

Nejdříve zkusíme vyjádřit elementární cirkulaci kolem **elementu profilu**



$d\Gamma = v_{-}.\mathrm{d}K_{-} - v_{+}.\mathrm{d}K_{+}$

Vezmeme-li do úvahy náhradu mezní vrstvy

$d\Gamma = \gamma_{-}.\mathrm{d}K_{-} + \gamma_{+}.\mathrm{d}K_{+}$

U **tenkého profilu** můžeme s úspěchem předpokládat

$dL = \mathrm{d}K_{-} = \mathrm{d}K_{+}$

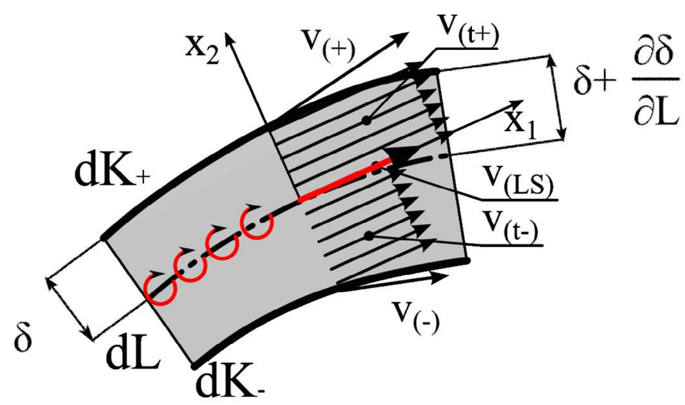
Pokud vše převedeme do jednoho souřadného systému vztaženému ke střední čáře pak můžeme psát:

$d\Gamma = (\gamma_{+} + \gamma_{-}).\mathrm{d}L = -(v_{+} - v_{-}).\mathrm{d}L = \gamma.\mathrm{dL}$

Cirkulace kolem celého profilu je dána integrálem

$$\Gamma = \int_L \gamma.\,dL$$

Metoda singularit – tenký profil - korekce



Tím, že jsme umístili víry na střední čáru profilu jsme uvnitř profilu zavedli fiktivní proudění. Ke shodě se skutečností stačí, aby rychlosti v blízkosti stěny profilu byly zvenčí i zevnitř stejné.

Korekce na měnící se tloušťku profilu. Při změně tloušťky profilu má střední čára a stěna profilu různý sklon.

V oblasti kde se mění tloušťka profilu musíme zavést korekci.

Musíme zmírnit předpoklad o elementárních délkách.

$$dL \neq \mathrm{d}K_{-} = \mathrm{d}K_{+}$$

Cirkulace kolem elementu profilu však musí zůstávat stejná musí platit

$$d\Gamma = -(v_{t+} - v_{t-}).\mathrm{d}L \ = -(v_{+} - v_{-}).\mathrm{d}K$$

Pro elementární úseky horní a dolní strany profilu by tedy mělo platit

$$v_{t\pm}.\mathrm{d}L = v_{\pm}.\mathrm{dK} \qquad v_{\pm} = v_{t\pm}.\frac{\mathrm{d}L}{dK}$$

Metoda singularit – tenký profil - korekce

$$v_{\pm} = v_{t\pm} \cdot \frac{\mathrm{d}L}{dK}$$

Podle obrázku můžeme psát

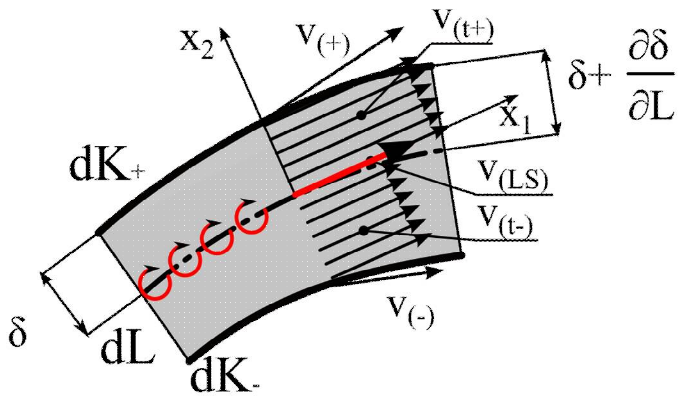
$$\mathrm{d}K = \sqrt{dL^2 + \left(\frac{d\delta}{dL} . dL\right)^2}$$

Označíme

$$\delta' = \frac{d\delta}{dL}$$

Pak

$$v_{\pm} = \frac{v_{t\pm}}{\sqrt{1 + \delta'^2}}$$



Poznámka:

Tloušťka profilu je modelována rozložením hustoty zdrojů a propadů (q) na střední čáře.

Profil je tvořen uzavřenou proudnicí. Aby tomu tak bylo, pak musí platit:

$$\int_L q . dL = 0$$

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

Na střední čáře profilu jsou umístěny hustoty zdrojů/propadů a hustota vířivosti.
Osamocený profil je umístěn v komplexní rovině ζ.

Rychlost vyvolaná:

Bodovým zdrojem/propadem

$$v_Q = \frac{Q}{2.\pi.r}.e^{i\varphi}$$

Lineární hustotou zdrojů/propadů

$$dv_q = \frac{q.dL}{2.\pi.r}.e^{i\varphi}$$

Komplexně sdružená rychlost

$$d\bar{v}_q = \frac{q.dL}{2.\pi.r}.e^{-i\varphi}$$

Bodovým vírem

$$v_\Gamma = \frac{\Gamma}{2.\pi.r}.e^{i\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

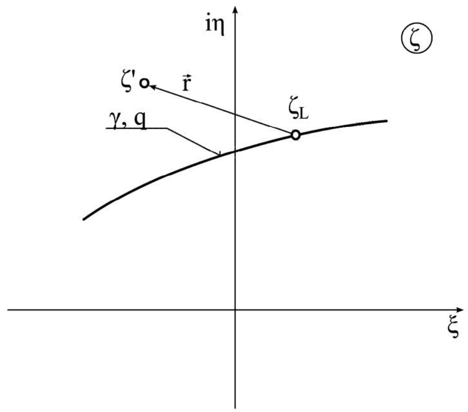
Lineární hustotou vířivosti

$$dv_\gamma = \frac{\gamma.dL}{2.\pi.r}.e^{i\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

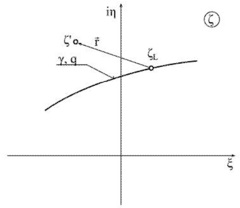
$$d\bar{v}_\gamma = \frac{\gamma.dL}{2.\pi.r}.e^{-i\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$d\bar{v}_\gamma = \frac{\gamma.dL}{2.\pi.r}.e^{-i\varphi}.e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$$d\bar{v}_\gamma = -i.\frac{\gamma.dL}{2.\pi.r}.e^{-i\varphi}$$



Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu



Oba vztahy můžeme ještě upravit

$$d\bar{v}_q = \frac{q.dL}{2.\pi.r.e^{i\varphi}} \qquad d\bar{v}_\gamma = \frac{-i.\gamma.dL}{2.\pi.r.e^{i\varphi}}$$

Vzhledem k tomu, že hustoty zdrojů, propadů a hustota vířivosti bude umístěna na stejné křivce – středníčáře tak můžeme obě rovnice sloučit do jedné a vyjádřit rychlost vyvolanou liniovým elementem na kterém je umístěn zdroj/propad a vířivost.

$$d\bar{v} = d\bar{v}_q + d\bar{v}_\gamma = \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi}.\frac{dL}{r.e^{i\varphi}}$$

Pokud se nacházíme v komplexní rovině ζ pak můžeme vztah ještě upravit

$$r.e^{i\varphi} = \zeta' - \zeta_L$$

ζ' – je poloha bodu, kde chceme znát rychlost
ζ_L – je poloha bodu, kde je umístěn zdroj propad či hustota vířivosti.

$$d\bar{v} = d\bar{v}_q + d\bar{v}_\gamma = \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi}.\frac{dL}{\zeta' - \zeta_L}$$

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

Máme tedy vztah pro komplexně sdruženou elementární rychlost vyvolanou singularitami na elementu střední čáry dL

$$d\bar{v} = \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} \cdot \frac{dL}{\zeta' - \zeta_L}$$

Chceme-li znát rychlost vyvolanou singularitami na celé střední čáře, pak musíme provést integraci.

$$\bar{v} = \oint_L \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} \cdot \frac{dL}{\zeta' - \zeta_L}$$

Veličiny q, γ a ζ_L jsou funkcemi L, tedy se po střední čáře mění. Je důležité si uvědomit, že platí

$$\Gamma = \oint_L \gamma . dL \qquad\qquad 0 = \oint_L q . dL$$

Průběhy q a γ neznáme a je třeba je určit na základě okrajových podmínek. Je třeba určit rychlost na střední čáře vyvolanou singularitami taktéž umístěnými na střední čáře.

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

Komplexně sdruženou rychlost můžeme tedy vyjádřit následujícím způsobem.

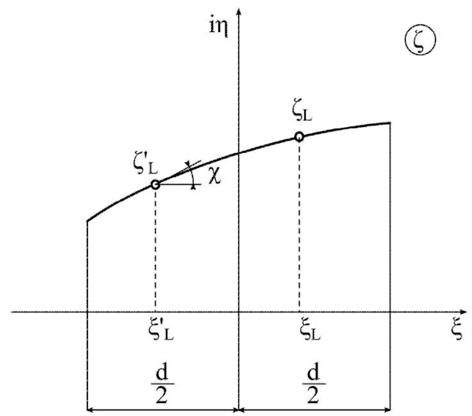
$$\bar{v} = \oint_L \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} \cdot \frac{dL}{\zeta'_L - \zeta_L}$$

Problém této integrace je v tom, že tento integrál je singulární. To znamená, že rozdíl $\zeta'_L - \zeta_L$ je roven nule. Je třeba to řešit ve smyslu Cauchyho hlavní hodnoty a pak tzv lokální rychlostí.

$$\bar{v} = \oint_L \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} \cdot \frac{dL}{\zeta'_L - \zeta_L} + \oint_{\zeta'_L - \varepsilon}^{\zeta'_L + \varepsilon} \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} \cdot \frac{dL}{\zeta'_L - \zeta_L}$$

$$\bar{v}_R + \bar{v}_C \qquad\qquad \bar{v}_L$$

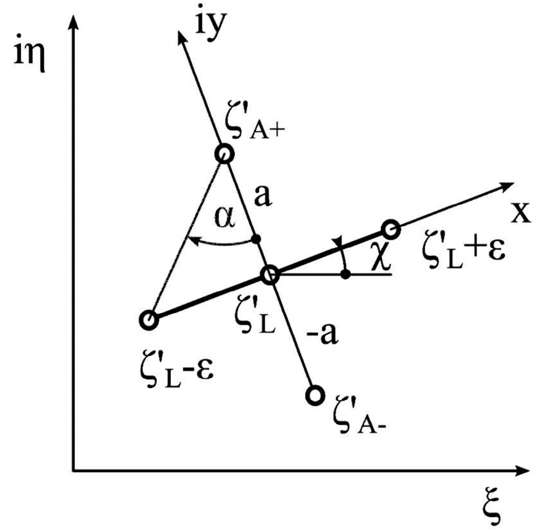
Lokální rychlost (Samoindukovaná rychlost)



Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu – samoindukovaná rychlost

Nejdříve se budeme zabývat samoindukovanou rychlostí v_L.

$$\overline{v_L} = \oint_{\zeta'_L-\varepsilon}^{\zeta'_L+\varepsilon} \frac{(q-i.\gamma)}{2.\pi} . \frac{dL}{\zeta'_L-\zeta_L}$$



Blízké okolí je velice malé to znamená, že můžeme předpokládat:

Křivku můžeme nahradit přímkou.

Rozložení hustoty vířivosti a zdrojů a propadů je konstantní

Pak:

$$\overline{v_L} = \frac{(q-i.\gamma)}{2.\pi} . \oint_{\zeta'_L-\varepsilon}^{\zeta'_L+\varepsilon} \frac{dL}{\zeta'_L-\zeta_L}$$

Transformační vztah mezi oběma komplexními rovinami:

$$\zeta = \zeta'_L + z.e^{i\chi}$$

Platí následující relace:

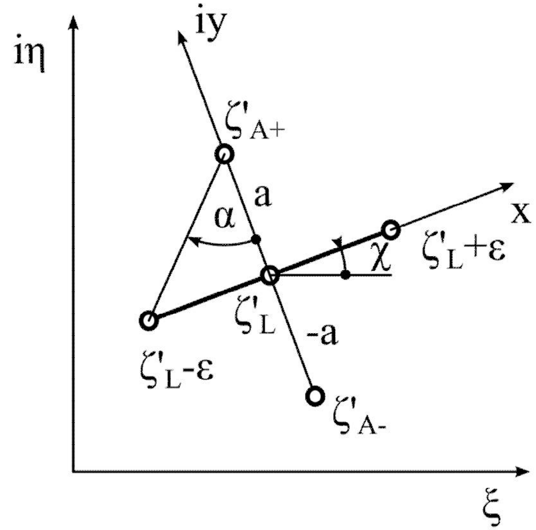
$$L = a.tg\alpha \qquad dL = \frac{a.d\alpha}{cos^2\alpha}$$

$$\zeta_{A\pm} - \zeta_L = \left(\zeta'_L + \mathrm{z}_{A\pm}.e^{i\chi}\right) - \left(\zeta'_L + \mathrm{z}_L.e^{i\chi}\right) = (\mathrm{z}_{A\pm} - \mathrm{z}_L).e^{i\chi} = -a.(tg\alpha \mp i).e^{i\chi}$$

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu – samoindukovaná rychlost

Předchozí relace dosadíme do vztahu pro samoindukovanou rychlost

$$\overline{v_L} = \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} . \oint_{\zeta'_L-\varepsilon}^{\zeta'_L+\varepsilon} \frac{dL}{\zeta'_L - \zeta_L}$$



$$\overline{v_L} = -\frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} . \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{cos^2\alpha.(tg\alpha \mp i).e^{i\chi}} \cdot \frac{(tg\alpha \pm i)}{(tg\alpha \pm i)}$$

Zlomek v integrálu rozšíříme komplexně sdruženým číslem. Pak dostaneme:

$$\overline{v_L} = -\frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} . e^{-i\chi} \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} (tg\alpha \pm i).d\alpha = -\frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} . e^{-i\chi} \oint_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (tg\alpha \pm i).d\alpha$$

Kde platí pro a→0

$$\alpha_1 = -\frac{\pi}{2} \qquad \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$$

Pak dostaneme

$$\overline{v_L} = -\frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi} . e^{-i\chi}.(0 \pm i.\pi) = \mp \frac{(\gamma + i.q)}{2} . e^{-i\chi}$$

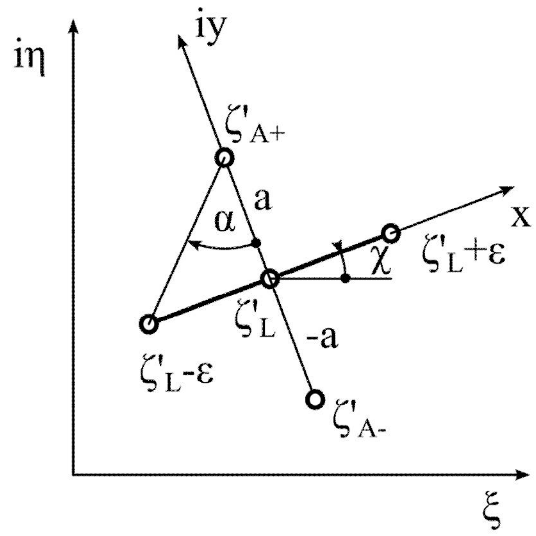
Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu – samoindukovaná rychlost

Dostali jsme vztah pro komplexně sdruženou rychlost

$$\overline{v_L} = \mp \frac{(\gamma + i.q)}{2} . e^{-i\chi}$$

Reálnou rychlost tedy dostaneme přehozením znaménka u imaginární části

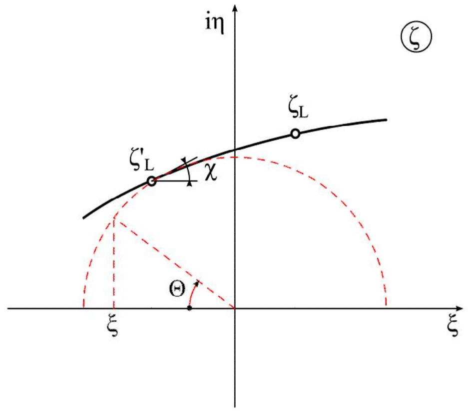
$$v_L = \mp \frac{(\gamma - i.q)}{2} . e^{i\chi}$$



Jak to tedy nyní vypadá s těmi ostatními částmi rychlosti?

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

První část rychlosti můžeme upravit tak, že zavedeme **modifikované** hustoty zdrojů a vířivosti a zavedeme další substituci.



$$q^* = \frac{q}{cos\chi} \qquad \gamma^* = \frac{\gamma}{cos\chi}$$

$$q = q^*.cos\chi \qquad \gamma = \gamma^*.cos\chi \qquad dL = \frac{d\xi}{cos\chi}$$

$$\bar{v}_R + \bar{v}_C = \oint_L \frac{(q - i.\gamma)}{2.\pi}.\frac{dL}{\zeta'_L - \zeta_L} = \oint_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \frac{(q^* - i.\gamma^*)}{2.\pi}.\frac{\xi'_L - \xi_L}{\zeta'_L - \zeta_L}.\frac{d\xi}{\xi'_L - \xi_L}$$

Převedeme integraci na integraci přes úhel

$$\xi = -\frac{d}{2}.cos\theta \qquad d\xi = \frac{d}{2}.sin\theta.d\theta$$

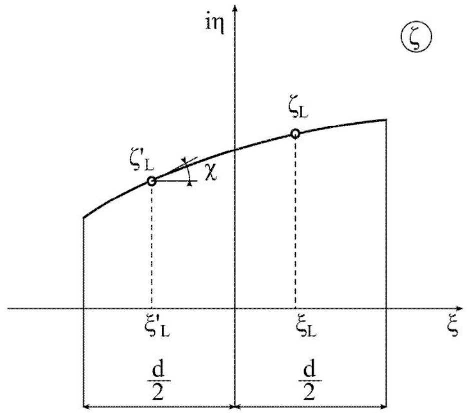
Pak:

$$\bar{v}_R + \bar{v}_C = \oint_0^{\pi} \frac{(q^* - i.\gamma^*)}{2.\pi}.\frac{\xi'_L - \xi_L}{\zeta'_L - \zeta_L}.\frac{-sin\theta}{cos\theta' - cos\theta}d\theta$$

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

Máme tedy vztah pro indukovanou rychlost

$$\bar{v}_R + \bar{v}_C = \oint_0^{\pi} \frac{(q^* - i.\gamma^*)}{2.\pi} . \frac{\xi'_L - \xi_L}{\zeta'_L - \zeta_L} . \frac{-sin\theta}{cos\theta' - cos\theta} d\theta$$



Jak je to s funkcemi pro q* a γ*?

Neznáme je! Co s tím?

Zvolíme si je! Jak? Vhodně!

Vybereme Glauertovy řady.

$$\gamma^* = 2.v_m.\left[A_{(0)}.cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sum_{\mu=1}^{n-1} A_{(\mu)}.sin(\mu.\theta)\right]$$

$$q^* = 2.v_m.\sum_{\mu=1}^{n} B_{(\mu)}.\left[K_{(\mu)}.cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) - sin(\mu.\theta)\right] \qquad v_m = v_{\infty\xi}$$

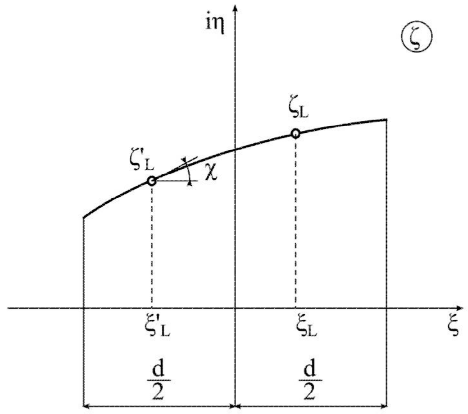
Koeficienty $A_{(\mu)}$ a $B_{(\mu)}$ nazýváme tzv. volné koeficienty. Jejich počet závisí na volbě stupně Galuertových řad.

Co ale s koeficientem $K_{(\mu)}$?

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

Aby byl profil uzavřený pak musí platit:

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} q.dL = 0 \qquad \left| \begin{array}{l} dL = \dfrac{d\xi}{cos\chi} \\ q = q^*.cos\chi \end{array} \right| \qquad \int_{\xi_1}^{\xi_2} q^* d\xi = 0$$



Dosadíme tam Glauertovu řadu.

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} 2.v_m.\sum_{\mu=1}^{n} B_{(\mu)}.\left[K_\mu.cotg\left(\frac{\Theta}{2}\right) - sin(\mu.\theta)\right] d\xi = 0$$

Převedeme to na integraci přes Θ

$$\int_0^{\pi} 2.v_m.\sum_{\mu=1}^{n} B_{(\mu)}.\left[K_\mu.cotg\left(\frac{\Theta}{2}\right) - sin(\mu.\theta)\right] sin\Theta.d\Theta = 0$$

$$2.v_m.\sum_{\mu=1}^{n} B_{(\mu)}.\left[K_\mu.I_{(0)} - I_{(\mu)}\right].d\Theta = 0$$

$$I_{(0)} = \int_0^{\pi} cotg\left(\frac{\Theta}{2}\right).sin\Theta.d\Theta = \int_0^{\pi} (1 + cos\Theta).d\Theta = \pi$$

$$I_{(\mu)} = \int_0^{\pi} sin(\mu.\theta).sin\Theta.d\Theta = \begin{array}{l} \dfrac{\pi}{2}\ pro\ \mu = 1 \\ \\ 0\ pro\ \mu > 1 \end{array}$$

Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

Máme tedy

$$2.v_m.\sum_{\mu=1}^{n} B_{(\mu)}.\left[K_\mu.I_{(0)} - I_{(\mu)}\right] d\Theta = 0$$

Můžeme psát:

$$K_\mu.I_{(0)} - I_{(\mu)} = 0$$

$$K_\mu = \frac{I_{(\mu)}}{I_{(0)}} = \begin{matrix} \frac{1}{2}\ pro\ \mu = 1 \\ \\ 0\ pro\ \mu > 1 \end{matrix}$$

Pak po implementaci podmínky pro uzavřený profil dostaneme pro Glauertovu řadu:

$$q^* = 2.v_m.\left\{B_{(1)}.\left[\frac{1}{2}.cotg\left(\frac{\Theta}{2}\right) - sin\Theta\right] - \sum_{\mu=2}^{n} B_{(\mu)}.sin(\mu.\Theta)\right\}$$

Pokud za tyto Glauertovy řady dosadíme do vztahu pro $v_C + v_R$, pak jsou ty integrály řešitelné analyticky. Budeme předpokládat, že už toto řešení známe.

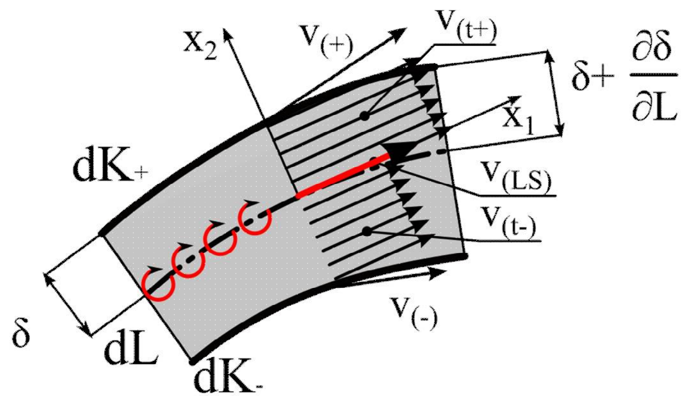
Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu

Pro určení volných koeficientů $A_{(\mu)}$ a $B_{(\mu)}$ musíme najít určitý počet podmínek v podstatě 2.n podmínek. Podmínky budou napsány pro *n* bodů střední čáry.

Indukovanou rychlost nad a pod střední čárou můžeme vyjádřit

$$v = v_\infty + v_i = v_\infty + v_R + v_C + v_L$$

$$v = v_\infty + v_R + v_C \mp \frac{(\gamma - i.q)}{2}.e^{i\chi}$$



Střední rychlost na povrchu tedy můžeme vyjádřit

$$v_{LS} = v_\infty + v_R + v_C$$

Střední rychlost na povrchu tedy můžeme vyjádřit

Kinematické podmínky

První kinematická podmínka říká, že střední rychlost na střední čáře musí být ke střední čáře tečná.

Druhá kinematická podmínka říká, že uvnitř rychlostního profilu musí platit rovnice kontinuity.

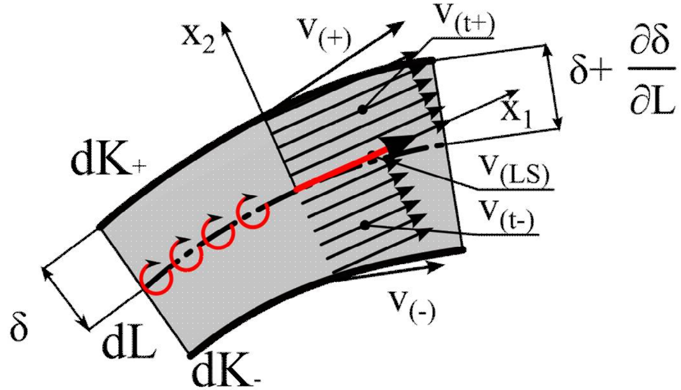
Metoda singularit – První kinematická podmínka

Tečnu ke střední čáře profilu v podstatě známe je vyjádřena úhlem χ. Musí tedy platit

$$\tan\chi = \frac{v_{LS\eta}}{v_{LS\xi}}$$

$$v_{LS\eta} = \tan\chi \,.\, v_{LS\xi}$$

$$v_{\infty\eta} + v_{C\eta} + v_{R\eta} = \tan\chi \,.\, \left(v_{\infty\xi} + v_{C\xi} + v_{R\xi}\right)$$



Celou rovnici převedeme do bezrozměrného tvaru:

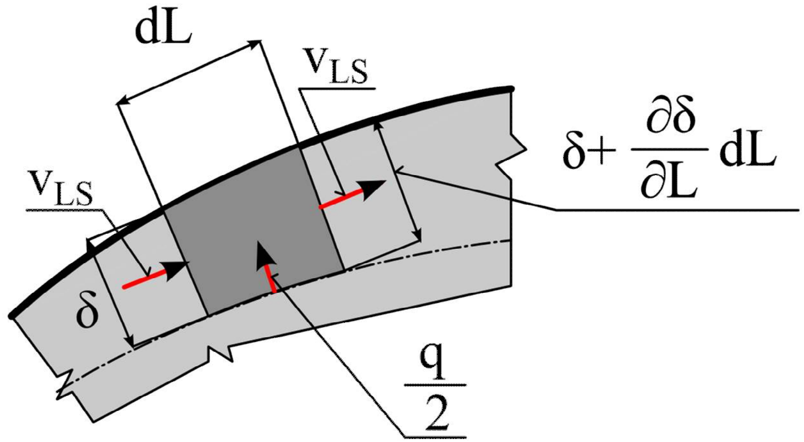
$$\frac{v_{\infty\eta}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{C\eta}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{R\eta}}{v_{\infty\xi}} = \tan\chi \,.\left(\frac{v_{\infty\xi}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{C\xi}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{R\xi}}{v_{\infty\xi}}\right)$$

$$v_{\infty\xi} = v_m$$

Metoda singularit – Druhá kinematická podmínka

Pokud zkoumáme profily konečné tloušťky, pak zavádíme fiktivní proudění uvnitř profilu a musíme respektovat rovnici kontinuity uvnitř profilu.

Rovnice kontinuity



$$v_{LS}.\delta + \frac{q}{2}.dL - v_{LS}\left(\delta + \frac{\partial\delta}{\partial L}dL\right) = 0$$

$$v_{LS}\frac{\partial\delta}{\partial L} = \frac{q}{2}$$

$$dL = \frac{\partial\xi}{\cos\chi}$$

$$v_{LS}\frac{\partial\delta}{\partial\xi} = \frac{q}{2.\cos\chi} = \frac{q^*}{2}$$

$$v_{LS} = v_{LS\xi}.\cos\chi + v_{LS\eta}.\sin\chi$$

$$v_{LS} = v_\infty + v_R + v_C$$

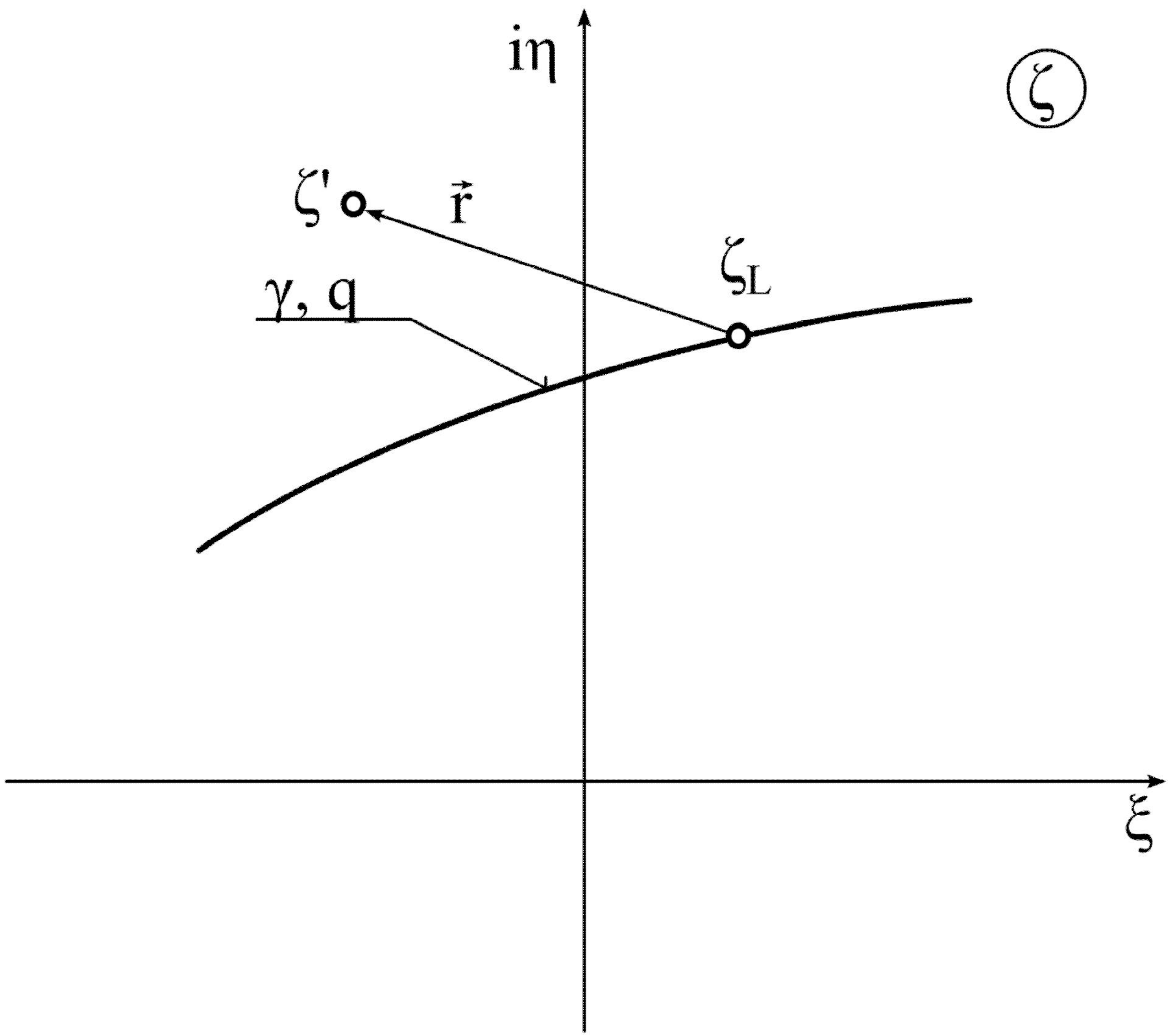
$$\left[\left(1 + \frac{v_{R\xi}}{v_m} + \frac{v_{C\xi}}{v_m}\right).\cos\chi + \left(\frac{v_{\infty\eta}}{v_m} + \frac{v_{R\eta}}{v_m} + \frac{v_{C\eta}}{v_m}\right).\sin\chi\right]\frac{\partial\delta}{\partial\xi} = \frac{q^*}{2.v_m}$$

Metoda singularit – kinematické podmínky srhnutí

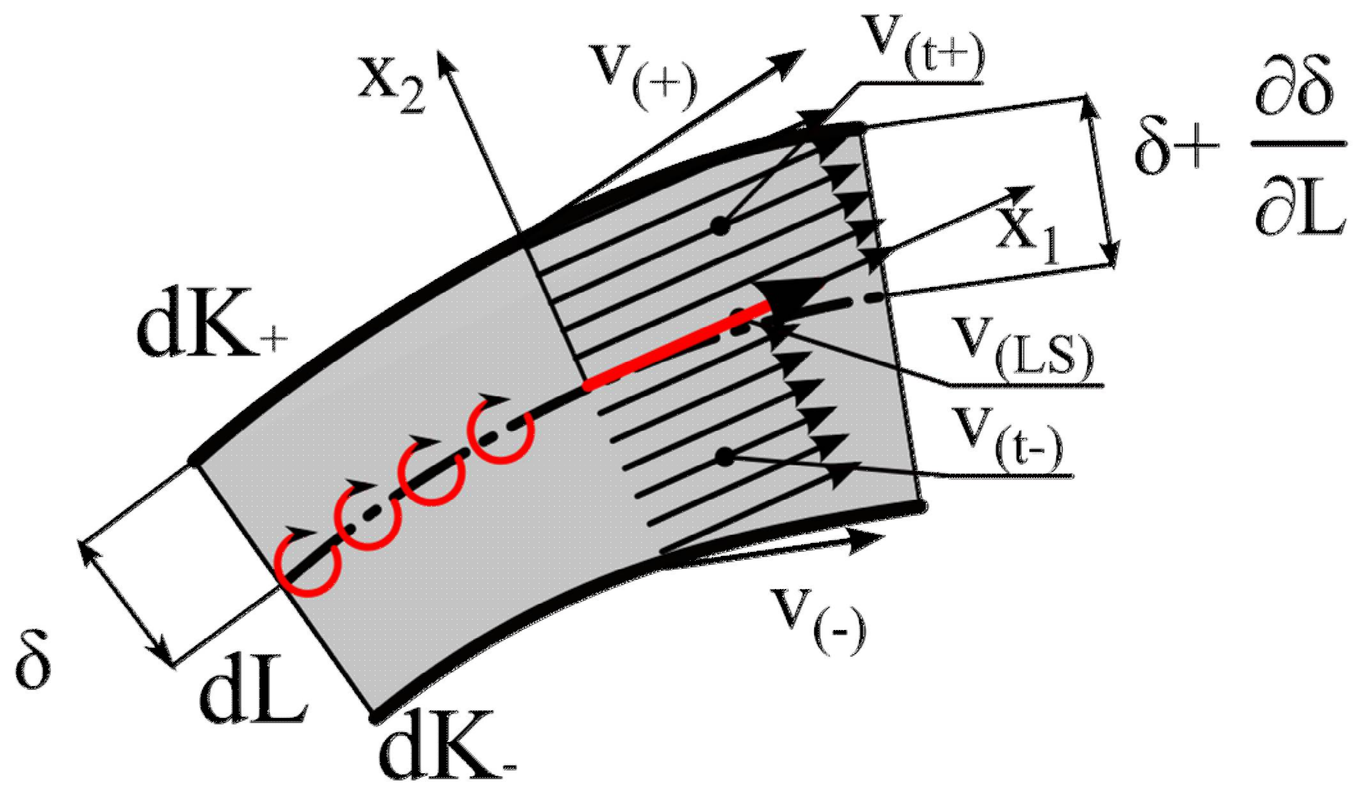
Pokud zkoumáme profily konečné tloušťky, pak zavádíme fiktivní proudění uvnitř profilu a musíme respektovat rovnici kontinuity uvnitř profilu.

$$\frac{v_{\infty\eta}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{C\eta}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{R\eta}}{v_{\infty\xi}} = \tan\chi \,.\left(\frac{v_{\infty\xi}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{C\xi}}{v_{\infty\xi}} + \frac{v_{R\xi}}{v_{\infty\xi}}\right)$$

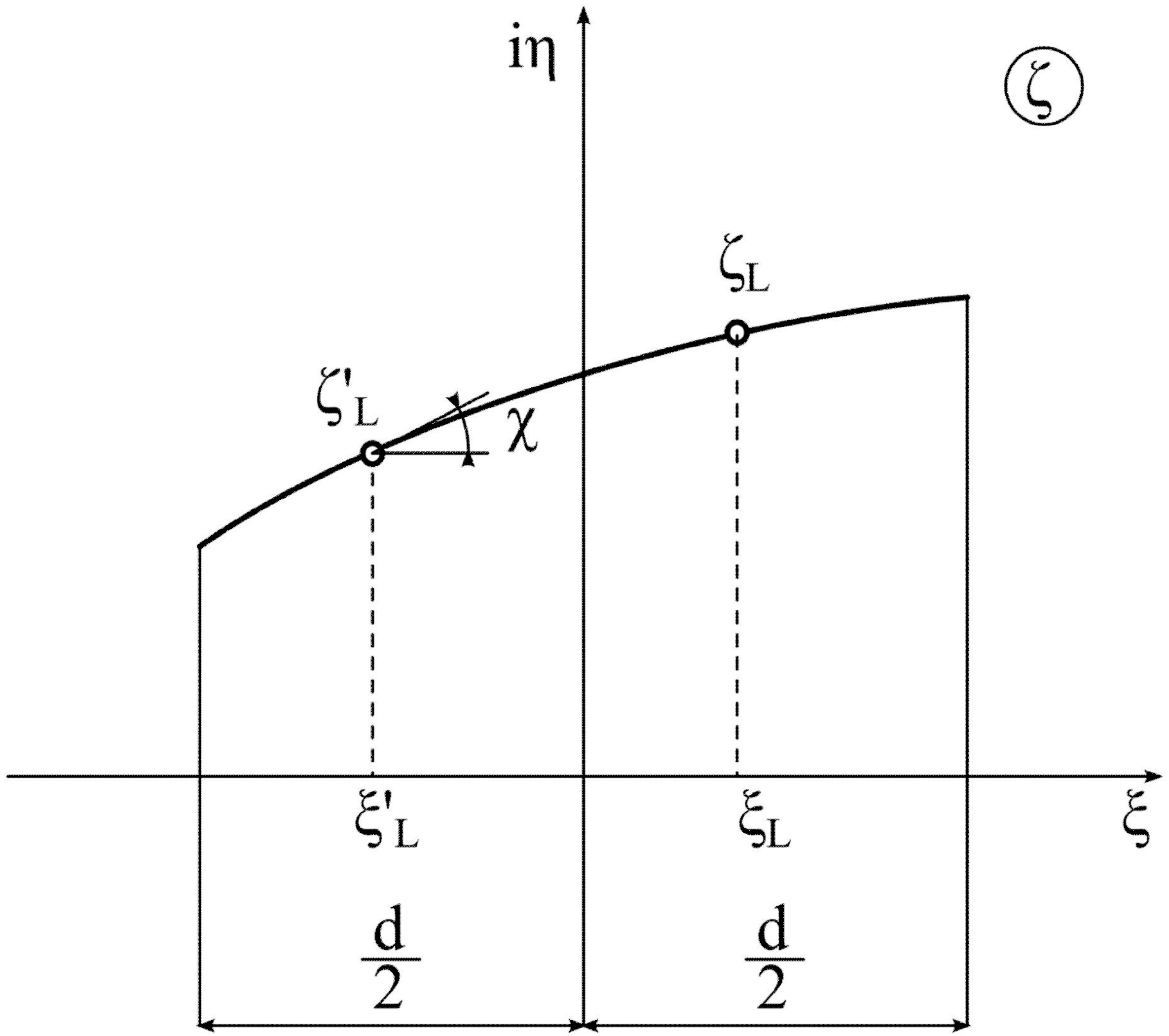
$$\left[\left(1 + \frac{v_{R\xi}}{v_m} + \frac{v_{C\xi}}{v_m}\right).\cos\chi + \left(\frac{v_{\infty\eta}}{v_m} + \frac{v_{R\eta}}{v_m} + \frac{v_{C\eta}}{v_m}\right).\sin\chi\right]\frac{\partial\delta}{\partial\xi} = \frac{q^*}{2.\,v_m}$$

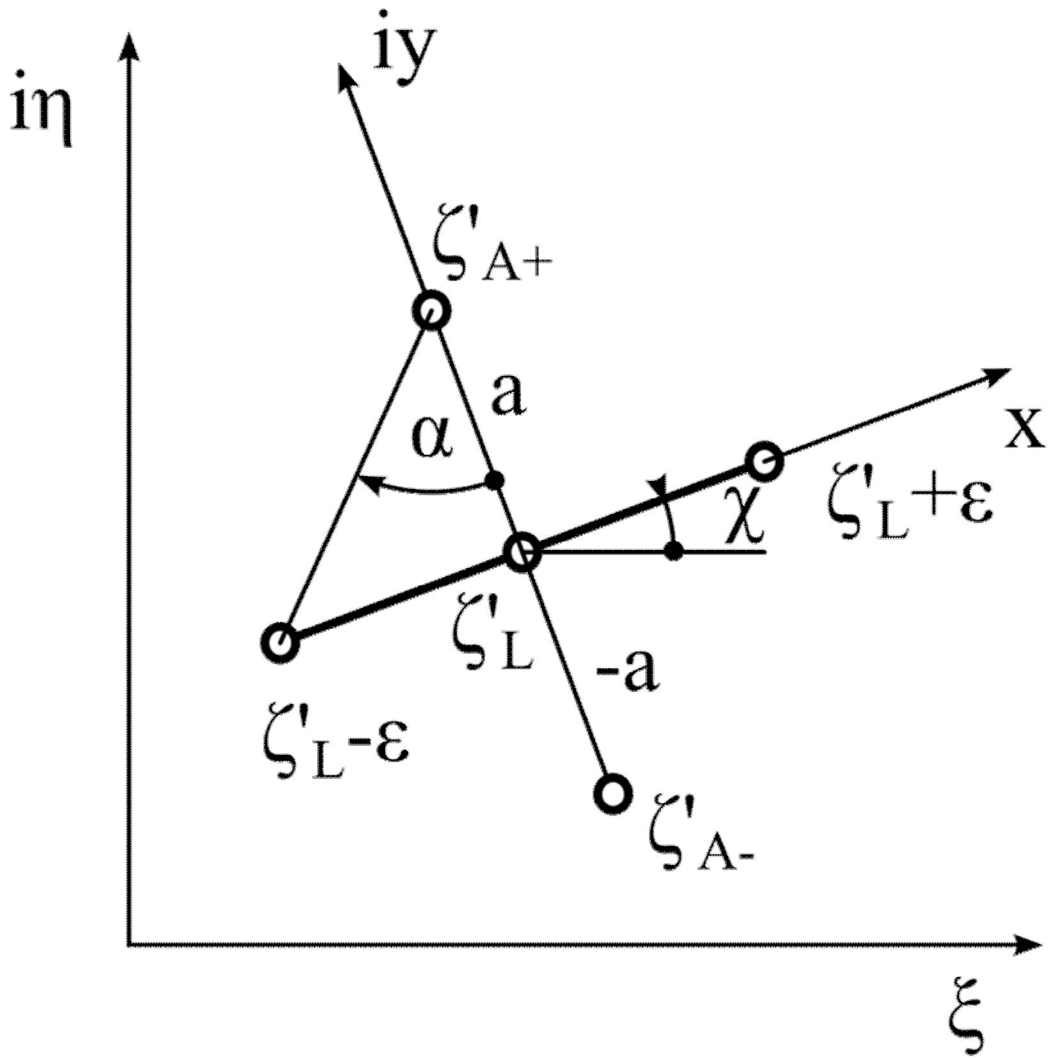

iη
ζ
ζ'
r⃗
ζ_L
γ, q
ξ

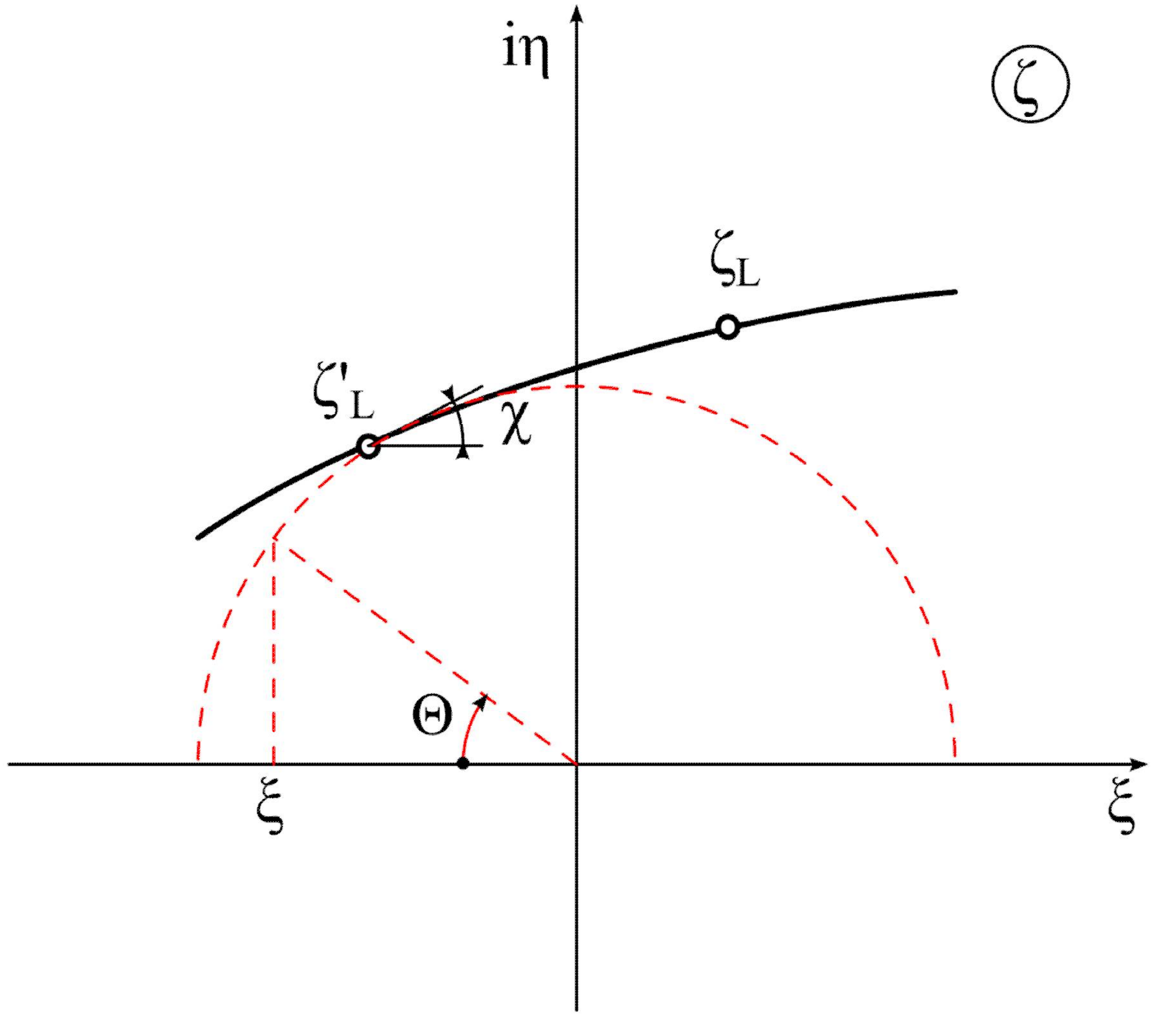
Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu



Metoda singularit – obtékání osamoceného profilu




iη
iy
ζ'A+
a
α
x
ζ'L+ε
χ
ζ'L
-a
ζ'L-ε
ζ'A-
ξ


iη
ζ
ζ_L
ζ'_L
χ
Θ
ξ
ξ